EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

ETAPA COMPETIŢIONALĂ – 06.06.2010

Numele şi Prenumele	
Şcoala	

CLASA a IX-a M1

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

20 p **1.** a) Arătaţi că, dacă ducem în plan 10 de drepte, acestea au cel mult 45 de puncte de intersecţie.
b) Este posibil să ducem în plan 10 de drepte, astfel încât acestea să aibă exact 21 de puncte de intersecţie ?

25 p **2.** a) Arătaţi că, pentru orice n natural şi orice numere reale $a_1, a_2, \ldots, a_n$,

$$\sum_{i=1}^{n} a_i^3 - 3\sum_{1\le i<j<k\le n} a_i a_j a_k = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2 - \sum_{1\le i<j\le n} a_i a_j\right).$$

b) Arătaţi că $\displaystyle\sum_{1\le i<j<k\le n} ijk = \frac{1}{48}n^2(n+1)^2(n-1)(n-2)$.

25 p **3.** Cercul unitate, având centrul O, este împărţit de punctele $A_1, A_2, \ldots, A_9$ în 9 părţi egale.

a) Arătaţi că $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \ldots + \overrightarrow{OA_9} = \vec{0}$.

b) Calculaţi $\displaystyle\sum_{1\le i<j\le 9} A_iA_j^2$.

20 p **4.** Arătaţi că nu există niciun triunghi având lungimile laturilor numere întregi de metri şi aria egală cu $\sqrt{2010}$ m^2.