Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)
Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

Numele şi Prenumele	
Şcoala	

EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

ETAPA COMPETIŢIONALĂ – 06.06.2010

CLASA a X-a M1

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

25 p **1.** a) Să se arate că $\frac{4}{x}+\frac{n^2}{y}>\frac{(n+1)(n+3)}{x+y}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$ şi $x,y\in(0,\infty)$.

b) Să se demonstreze că

$$\frac{1}{a_1}+\frac{2}{a_1+a_2}+\frac{3}{a_1+a_2+a_3}+\cdots+\frac{n}{a_1+a_2+\cdots+a_n}+\frac{n^2}{2(a_1+a_2+\cdots+a_n)}<$$
$$<2\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}\right)$$

oricare ar fi numerele $a_1,a_2,\ldots,a_n\in(0,\infty)$ şi $n\in\mathbb{N}^*$.

20 p **2.** Mulţimea $\{1,2,3,\ldots,2n\}$, unde $n\geq 1$ este un număr natural, se partiţionează în două submulţimi având fiecare câte *n* elemente, $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$ şi $B=\{b_1,b_2,\ldots,b_n\}$, cu $a_1<a_2<\cdots<a_n$ şi $b_1>b_2>\cdots>b_n$. Să se calculeze $|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\cdots+|a_n-b_n|$.

25 p **3.** Considerăm numerele complexe z_1,z_2,z_3 având modulele egale cu 1 şi $z_1^2+z_2^2+z_3^2=0$. Să se arate că $|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|=2$ dacă şi numai dacă $|z_1+z_2+z_3|\neq 0$.

20 p **4.** Să se arate că numerele 5^{2009} şi 8^{670} încep cu aceeaşi cifră în reprezentarea lor zecimală.

Considerăm cunoscut că $\lg 2\in(0{,}301;0{,}3011)$.