FUNDAŢIA DE EVALUARE ÎN EDUCAŢIE
browse on web: www.evaluareineducatie.ro

EVALUĂRI NAŢIONALE
ÎN EDUCAŢIE
Desfăşurate în parteneriat MECTS şi sub egida Academiei Române

Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)
Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

ETAPA COMPETIŢIONALĂ – 06.06.2010

Numele şi Prenumele	
Şcoala	

CLASA a XII-a M1

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

20 p **1.** a) Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin^{2009} x \cos^{2010} x\, dx$.

b) Să se determine o valoare reală $a > 2\pi$ astfel încât $\int_0^{a} \sin^{2009} x \cos^{2010} x\, dx = 0$.

25 p **2.** Fie A un inel şi funcţia $f : A \to A$ având proprietăţile $f(x) = f(x+1)$ şi $x^2 f(x) = 0$, oricare ar fi $x \in A$. Să se arate că funcţia f este identic nulă.

20 p **3.** a) Fie n un număr natural nenul. Să se arate că $\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \cdot \frac{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}{n} \le \frac{a_1^3 + a_2^3 + \cdots + a_n^3}{n}$, oricare ar fi numerele reale pozitive $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

b) Fie $f : [0,1] \to [0,\infty)$ o funcţie continuă. Să se demonstreze că $\int_0^1 f(x)dx \cdot \int_0^1 f^2(x)dx \le \int_0^1 f^3(x)dx$.

25 p **4.** Fie $(\mathbb{Z}_{17}, +, \cdot)$ inelul claselor de resturi modulo 17. Să se determine numărul polinoamelor $f \in \mathbb{Z}_{17}[X]$ de grad 18, cu proprietatea că $f(a) = a^{-1} + \hat{1}$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}_{17}^*$.