



## EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

## ETAPA COMPETIȚIONALĂ – 06.06.2010

CLASA a IX-a M2

## Soluții.

1. Dacă fiecare tip de săritură se face de cel mult 10 ori (10 p), atunci el se deplasează cel puțin  $10(1+2+\dots+10) = 550$  cm - contradicție. (15 p)

2. Deoarece  $1+2+\dots+k = \frac{1}{2}k(k+1)$ , termenii șirului care au valoarea  $k$  au indicii

$$\frac{(k-1)k}{2} + 1, \frac{(k-1)k}{2} + 2, \dots, \frac{(k-1)k}{2} + k = \frac{k(k+1)}{2}. \quad (1) \quad (10 \text{ p})$$

Pentru  $n$  având una dintre valorile din (1) avem  $4k^2 - 4k + 1 \leq 8n - 7 \leq 4k^2 + 4k - 7$ , deci  $2k - 1 \leq \sqrt{8n - 7} < 2k + 1$ , de unde  $\left[ \frac{1}{2}(1 + \sqrt{8n - 7}) \right] = k$ . (10 p)

3. Știm că  $3\overline{PG} = \overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$  (10 p). Apoi, descompunând  $\overline{PA}$  după direcțiile laturilor  $AB$ ,  $AC$  și, analog  $\overline{PB}$ ,  $\overline{PC}$  și adunând câte doi din vectorii obținuți rezultă

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = 2(\overline{PQ} + \overline{PR} + \overline{PS}). \quad (15 \text{ p})$$

4.  $f(x) = \frac{a}{2}(1 + \cos 2x) + \frac{b}{2}\sin 2x + \frac{c}{2}(1 - \cos 2x) = \frac{a+c}{2} + \frac{1}{2}(b \sin 2x + (a-c) \cos 2x)$ , (5 p) deci, notând

$$\sin \alpha = \frac{a-c}{\sqrt{(a-c)^2 + b^2}}, \cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{(a-c)^2 + b^2}} \quad (5 \text{ p})$$

$$f(x) = \frac{a+c}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(a-c)^2 + b^2} \sin(2x + \alpha).$$

Valoarea maximă este  $\frac{1}{2}(a+c + \sqrt{(a-c)^2 + b^2})$ . (10 p)

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.

Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.